

Riešenie 1. úlohy:

$$\frac{1}{3} z \frac{1}{7} z x = \frac{1}{3} * \frac{1}{7} * x = \frac{x}{21}. \text{ Zo zadania } \frac{x}{21} = 8 \Rightarrow x = 168$$

$$\text{Takým istým postupom vypočítame } \frac{1}{4} z \frac{2}{5} z 168: \frac{1}{4} * \frac{2}{5} * 168 = \underline{16,8}.$$

Výsledok je 16,8.

Riešenie 2. úlohy:

Existuje viacero spôsobov, ako vyriešiť túto úlohu. Keďže je počet kníh, ktoré má Matej uložiť do poličky malý, pre riešiteľa je veľmi jednoduché vypísať si všetky možnosti usporiadania kníh a vybrať z nich vyhovujúce, čiže tie, kde je červená kniha vedľa bielej. Označme si červenú knihu ako Č, bielu ako B, modrú ako M a žltú ako Ž. Potom sú možnosti usporiadania takéto:

ČBMŽ ČMŽB BMŽČ BČMŽ MČŽB MBŽČ ŽMČB ŽBMČ
ČBŽM ČŽMB BMCŽ BŽMČ MČBŽ MŽBČ ŽMBČ ŽČBM
ČMBŽ ČŽBM BČŽM BŽČM MBCŽ MŽČB ŽBČM ŽČMB

Knihy môžeme usporiadať 24 spôsobmi, riešeniu vyhovuje 12 z nich (podčiarknuté).

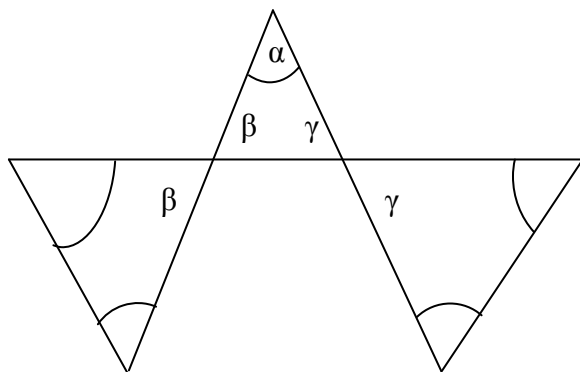
Matej môže uložiť knihy do poličky 12 spôsobmi.

Riešenie 3. úlohy:

V zadaní úlohy je napísané, že súčet uhlov vyznačených na obrázku je 250° . Niektorí riešitelia pokladali za vyznačené štyri uhly, niektorí päť uhlov (lebo uhol α je fakticky tiež vyznačený). V oboch prípadoch má úloha riešenie:

1. Riešenie:

Považujeme za vyznačené len 4 uhly. V trojuholníku s uhlom α si označíme zvyšné dva uhly ako β a γ (viď obrázok). Potom aj veľkosť uhlov pri vrcholoch ľavého a pravého trojuholníka, ktoré sú so stredným trojuholníkom spoločné, je β a γ (vrcholové uhly).



Platí:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \text{ (súčet vnútorných uhlov stredného trojuholníka)}$$

$$\beta + \gamma + 250^\circ = 360^\circ \text{ (súčet vnútorných uhlov pravého a ľavého trojuholníka)}$$

$$\text{Z druhej rovnice si vyjadríme } \beta + \gamma: \quad \beta + \gamma = 360^\circ - 250^\circ = 110^\circ$$

$$\text{Dosadíme do prvej rovnice:} \quad \alpha + 110^\circ = 180^\circ$$

$$\text{Odtiaľ: } \alpha = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

Veľkosť uhla α je 70° .

2. Riešenie:

Za vyznačený považujeme aj uhol α . Rovnako si označíme uhly β a γ ako v predošlom riešení.

Platí:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \text{ (súčet vnútorných uhlov stredného trojuholníka)}$$

$$250^\circ + 2\beta + 2\gamma = 540^\circ \text{ (súčet vnútorných uhlov všetkých 3 trojuholníkov)}$$

Z druhej rovnice si vyjadríme súčet $\beta + \gamma$:

$$\beta + \gamma = (540^\circ - 250^\circ) : 2 = 145^\circ$$

$$\text{Dosadíme do prvej rovnice: } \alpha + 145^\circ = 180^\circ$$

$$\text{Odtiaľ: } \alpha = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

Veľkosť uhla α je 35° .

Riešenie 4. úlohy:

Označíme si počet rokov Emy..... x

Miša.....x+5

Otca.....x+25

Mamy=37

Najväčšie dvojčiferné prvočíslo je 97. Teraz má každý z nich o 2 roky viac, teda teraz je súčet ich rokov: $97 + (4 \cdot 2) = 105$.

$$105 = x + (x+5) + (x+25) + 37$$

$$x = 38/3 = 12 \text{ rokov a 8 mesiacov.}$$

$$\text{Mišo...}x+5\text{... } 12\frac{2}{3} + 5 = \underline{17 \text{ rokov a 8 mesiacov}} .$$

Mišo má 17 rokov a 8 mesiacov.

Riešenie 5. úlohy:

Z rovnice $r/s = 10$ vieme vyjadriť napr. r ako $r = 10s$. Potom už len stačí dosadiť r do pôvodného výrazu $(r + 5s) / 7r$ a dostaneme $(10s + 5s) / 70s = 15s / 70s = 3/14$.

Hodnota výrazu je $3/14$.

Riešenie 6. úlohy:

$$a = 3! = 6 \text{ cm}$$

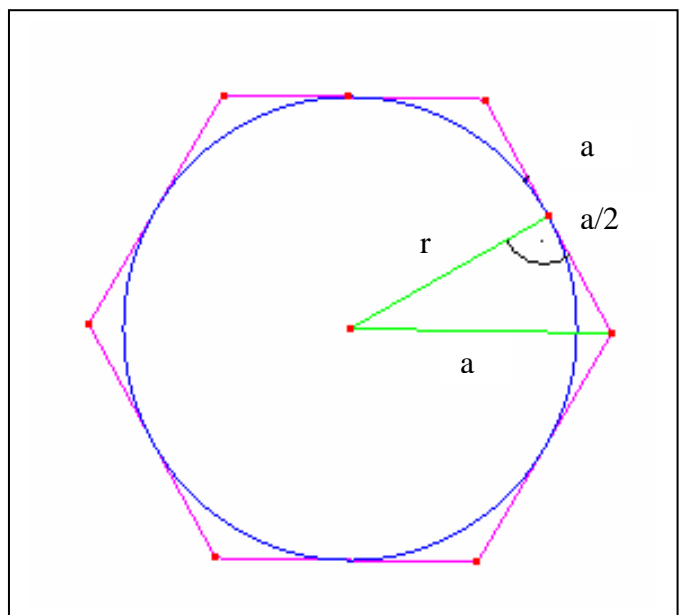
$$\frac{a}{2} = 3 \text{ cm}$$

$$r^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$r = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

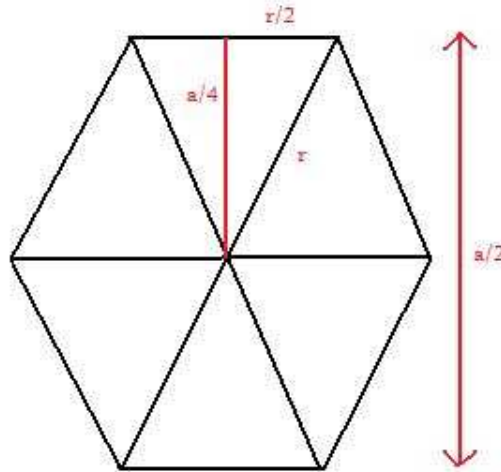
$$r = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27}$$

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \sqrt{27}^2 = \pi \cdot 27 \approx 84,823 \text{ cm}^2$$



Riešenie 7. úlohy:

Zo vzdialenosti vedených rovnobežiek vieme, že vzdialenosť medzi protiľahlými stranami 6-uholníka je $a/2=2\text{cm}$. Ak si prekreslíme situáciu v 6-uholníku do 6 rovnostranných trojuholníkov bude to vyzerať nasledovne:



Môžeme použiť Pytagorovu vetu v tvare $r^2=(r/2)^2+(a/4)^2$.

Odtiaľ vyjadríme r : $r = a/(\sqrt{12})$.

Obsah sa dá potom vypočítať ako $S= 3.(a/4).[a/(\sqrt{12})]$.

$$S=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\text{cm}^2$$

Obsah daného 6-uholníka je $2\sqrt{3}\text{cm}^2$.

Riešenie 8.úlohy:

Riešenie časti a.):

Prvý filter prečistí 10 litrov vody za 6 minút, čo je približne 1,67 litra za minútu. Druhý filter vyčistí 9 litrov za 5 minút, čo je 1,80 litra za minútu, tretí filter vyčistí 6 litrov vody za 3,5 minúty, čo je približne 1,71 litra za minútu (počet litrov vydáme počtom minút a dostaneme číslo, ktoré nám udáva, koľko litrov prečistí filter za 1 minútu). Aby Jayna vyčistila jazierko čo najrýchlejšie, kúpi si tie 2 filtre, ktoré prečistia za daný čas najviac vody, čiže druhý a tretí filter.

Jayna si má kúpiť druhý a tretí filter.

Riešenie časti b.):

Čas(označíme si ho ako t), za ktorý bude voda v jazierku prečistená, sa rovná podielu objemu jazierka(počtu litrov v jazierku) a rýchlosti prečisťovania, čiže:

$$t = 250 \text{ l} : (9/5 + 6/3,5) \text{ l/min} \approx 71,14 \text{ min} = 71 \text{ minút } 8 \text{ sekúnd}$$

Keďže nám však stačí približný výsledok, môžeme zaokrúhliť čas vyčistenia jazierka na minúty.

Ak zapojí Jayna oba filtre naraz, vyčistenie jazierka jej bude trvať približne 71 minút.

Riešenie 9. úlohy:

Začnime sa zaoberať trojuholníkom ADC. V danom trojuholníku poznáme obsahy všetkých trojuholníkov.

$$S_{ADC} = AD \cdot v_c / 2 = 16 \text{ cm}^2. S_{ADE} = AD \cdot v_e / 2 = 4 \text{ cm}^2.$$

Z týchto dvoch rovníc vieme vypočítať pomer výšok

$$v_c \text{ a } v_e. AD \cdot v_c = 32 \text{ a } AD \cdot v_e = 8. \text{ Vydelením prvej}$$

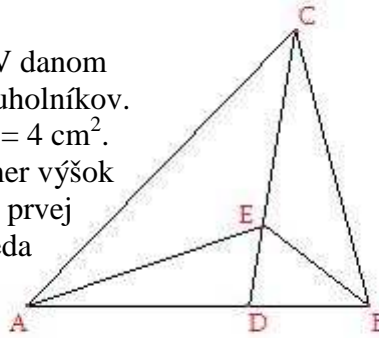
rovnice druhou dostaneme $v_c / v_e = 32/8$. Teda

$$v_c = 4v_e. \text{ Rovnaký pomer výšok však platí}$$

aj medzi trojuholníkmi DBE a DBC.

A potom ak označíme $S_{DBE} = x$ tak pomermi dostaneme rovnicu $16/4 = (27 + x) / x$.

$$\text{Odtiaľ } 16x = 27 \cdot 4 + 4 \cdot x. \text{ Z toho dostaneme } x = 9 \text{ cm}^2.$$



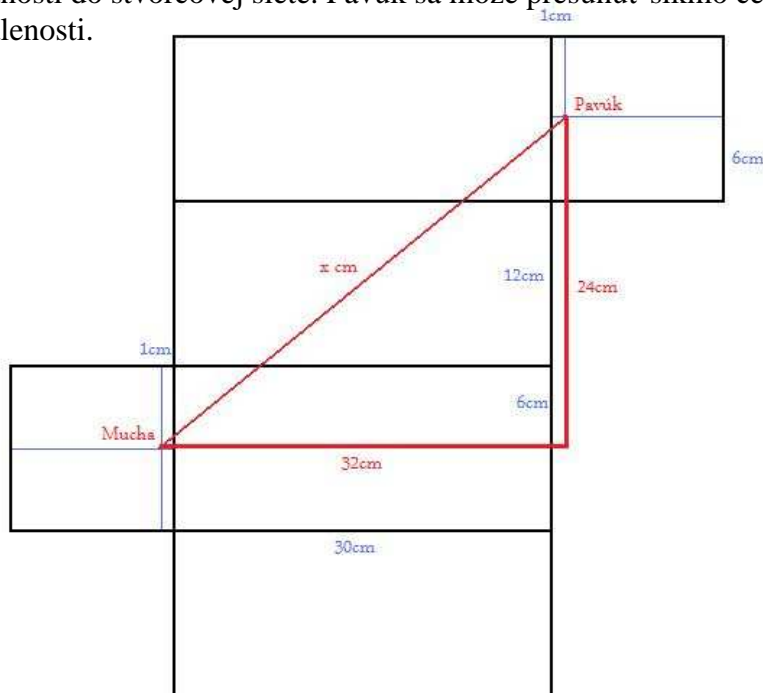
Obsah trojuholníka DBE je 9 cm².

Riešenie 10. úlohy:

Prvé viditeľné „riešenie“ je, keď by pavúk prešiel po bočnej stene buď na strop alebo na podlahu a odtiaľ by prešiel rovno k bočnej stene, kde sa nachádza mucha. Potom by už len stačilo prejsť po bočnej stene k muche. Pri tomto riešení prejde pavúk vzdialenosť:

$$11+30+1=42\text{cm} \\ \text{alebo } 1+30+11=42\text{cm}.$$

No existuje aj menšia vzdialenosť a spôsob akým ju dostať je viditeľný pri rozložení miestnosti do štvorcovej siete. Pavúk sa môže presunúť šikmo cez steny po kratšej vzdialenosti.



Jednoduchým použitím Pytagorovej vety zistíme, že dĺžka x sa rovná:

$$x^2 = 32^2 + 24^2 \\ x^2 = 1600 \\ \underline{x = 40\text{cm}}$$

Najkratšia vzdialenosť akú musí pavúk prejsť je rovná 40 centimetrov.