

Riešenie 1. úlohy:

Pri riešení úlohy si stačí uvedomiť, že počet cukríkov, ktoré musíme z vrecúška vytriahnuť, sa musí rovnať súčtu všetkých cukríkov dvoch najpočetnejších farieb zväčšený o 1. Čiže z vrecúška musíme vytriahnuť: $14 + 19 + 1 = 34$ cukríkov, aby sme mali istotu, že vytriahneme aspoň po jednom cukríku z každej farby. Ak by sme ich vytriahli len 33, môže nastať situácia, že budeme mať v ruke 14 cukríkov a 19 cukríkov a cukríky tretej farby zostanú všetky vo vrecku.

Z vrecúška musím vybrať 34 cukríkov.

Riešenie 2. úlohy:

Túto úlohu možno riešiť od začiatku, či od konca, vždy sa dopracujeme aspoň v jednom kroku výpočtu k nejakému číslu, ktoré nebude prirodzené, čiže počet tekvic po nejakom kroku nebude prirodzený. Medzi riešiteľmi sa našli rôzne výsledky, k niektorým sa dopracovali správnym spôsobom, niektorí urobili v postupe chyby. Každý má pri riešení slovný komentár, kde nastala chyba (ak nastala). Nemôžem teda jednoznačne určiť, aký počet tekvic je správny, keďže riešeniu by vyhovovalo jedine prirodzené číslo, to však nedostaneme.

Úloha nemá riešenie v obore prirodzených čísel.

Riešenie 3. úlohy:

Skúšaním ste určite došli k prvému riešeniu. Najľahšie bolo nájsť usporiadanú dvojicu $[6;5]$. Tu si ale môžeme uvedomiť, že druhá mocnina celého čísla sa rovná druhej mocnine opačného čísla k nemu. (napr. $3^2 = (-3)^2$) Pri tomto poznatku budú existovať 4 riešenia a to usporiadané dvojice $x; y = [6;5], [-6;5], [6;-5], [-6;-5]$.

Riešením rovnice sú usporiadané rovnice $[6;5], [-6;5], [6;-5]$ a $[-6;-5]$.

Riešenie 4. úlohy:

Posuňme si výšku do bodu D. Označme E päť výšky pri základni AB. V trojuholníku AED môžeme vzdialenosť AE vypočítať pomocou Pytagorovej vety: $5,2^2 = 4,8^2 + AE^2$. Odtiaľ dostaneme $AE = 2$ cm. Teraz si vyjadríme úsek AE ako $(a-c)/2$. A potom strednú priečku ako $(a+c)/2$. Teraz môžeme vypočítať jednoduchú sústavu rovníc:

$$(a-c)/2=2$$

$$(a+c)/2=8$$

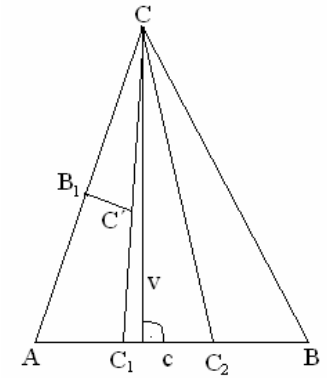
Vyriešením sústavy dostaneme $a=10$ cm a $c=6$ cm.

Základňa AB je dlhá 10 centimetrov a základňa CD je dlhá 6 centimetrov.

Riešenie 5. úlohy:

Riešenie spočívalo v správnom pochopení zápisu a znalosti všeobecných vzťahov.

Poznali sme stranu c a výšku v . Z týchto dvoch údajov sme vedeli vypočítať obsah celého trojuholníka, ale i obsah jednej časti trojuholníka, konkrétne obsah trojuholníka AC_1C , ktorý bol tretinou obsahu celého trojuholníka. Vyplýva to zo vzorca obsahu $S = (a \cdot v)/2$. Teda obsah trojuholníka AC_1C je vyjadrený vzťahom $S_1 = (1/3a \cdot v)/2$, čo je 40 cm^2 . V nasledujúcom kroku si treba uvedomiť, že tento istý vzťah môžeme použiť aj pri trojuholníku AC_1C , kde trojuholníky $C_1C'A$ a $C'CA$ majú rovnaký obsah, čo je $1/2 S_1$. Ostal nám trojuholník $C'CA$. Tak isto ako v predošlých prípadoch, i tu môžeme použiť ten istý vzťah pre obsahy. Tu majú rovnaký obsah trojuholníky $C'CB_1$ a $C'B_1A$, čo je $1/4 S_1$, čo je 10 cm^2 .



Obsah trojuholníka $B_1C'C$ je 10 cm^2 .

Riešenie 6. úlohy:

Na začiatku máme k dispozícii 12 kg bronzy, ktorý obsahuje $0,55 \cdot 12 = 6,6$ kg medi. Keďže do zliatiny sa bude pridávať už len cín, bude toto množstvo medi aj vo výslednej zliatine. Jej podiel tam ale bude len 30%. Preto môžeme napísať rovnicu $0,3 \cdot (12+x) = 6,6$, kde x je množstvo pridaného cínu. Z rovnice dostaneme $x = 10$ kg.

Do zliatiny treba pridať 10 kilogramov cínu.

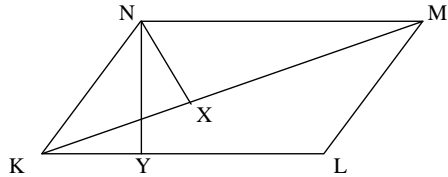
Riešenie 7. úlohy:

Zo zadania vyplýva, že úsek CE je dlhý $a/4$. Teraz dokážeme, že trojuholníky ABC a BCE sú podobné podľa vety uu. Veľkosť uhla ABC je rovná veľkosti uhla BCE. Teraz označme uhol CAB ako α . Vieme, že veľkosť uhla ACB je potom $90^\circ - \alpha$ a z toho vyplýva, že veľkosť uhla CBE je tiež rovná α . Preto sa uhol CAB = EBC. Trojuholníky sú teda podobné a môžeme napísať rovnosť: $b/a = (a/4)/b$ odkiaľ dostaneme $2b = a$.

Pomer strany a ku strane b je 2:1.

Riešenie 8. úlohy:

Situáciu možno načrtnúť takto:



X, Y sú body, v ktorých pretína kolmica z bodu N úsečky KM a KL. Dĺžky úsečiek NX a NY predstavujú vzdialenosť bodu N od úsečiek KM a KL.

Platí $|KL| = 14$ cm, $|KM| = 21$ cm, $|NX| = 3$ cm. NX je výškou na stranu KM v trojuholníku KMN. NY je výškou na stranu KL v rovnobežníku KLMN. Obsah rovnobežníka získame sčítaním obsahov trojuholníkov MKL a KMN. Tieto trojuholníky sú zhodné, zhodné sú aj ich obsahy a preto môžeme vyhlásiť, že obsah rovnobežníka KLMN sa rovná dvojnásobku obsahu trojuholníka KMN. Platí:

$$|KL| \cdot |NY| = 2 \cdot (|KM| \cdot |NX|) : 2$$

$$\text{Odiaľ: } |NY| = (|KM| \cdot |NX|) : |KL|$$

$$\text{Po dosadení: } |NY| = (21 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}) : 14 \text{ cm} = 4,5 \text{ cm}$$

Vzdialenosť vrcholu N od strany KL je 4,5 cm.

Riešenie 9. úlohy:

Nami hľadané číslo x určite nebude väčšie ako 328. Nemôže byť jednociferné, lebo najväčšie také číslo je 9 a jeho ciferný súčet je rovný iba 18. Takisto môžeme vylúčiť aj dvojciferné čísla ($99 + 18 = 117$). Preto vieme, že číslo x bude trojciferné. No číslo x nemôže byť od čísla 328 ďalej o viac ako najväčší ciferný súčet trojciferného čísla menšieho ako 328. Takým číslom je číslo 299 a jeho cif. súčet = 20. Číže pre x platí : $388 < x < 328$. Prehľadným čísel spĺňajúcich rovnosť dostaneme jediné riešenie a to je $x = 317$.

Číslom x s danou vlastnosťou je iba číslo 317.

Riešenie 10. úlohy:

Za 84 minút vymaľovala Evka $\frac{84}{15 \cdot 60}$ izby

Potom $5 \cdot 60 - 84 = 216$ minút vymaľovali Evka s Bobou $\frac{216}{15 \cdot 60} + \frac{1}{B}$ izby, kde B je čas (v minútach), za aký by Boba vymaľovala izbu sama.

Potom maľoval 60 minút Matúš sám a natrel $\frac{60}{10 \cdot 60}$ izby.

Prácu za 36 minút dokončili všetci traja spolu, trvalo im 36 minút, kým vymaľovali

$$\frac{36}{15 \cdot 60} + \frac{1}{10 \cdot 60} + \frac{1}{B} = 1 \text{ izby.}$$

Podčiarknuté údaje predstavujú zlomky izby a ich sčítaním dostaneme celok (čiže 1) – predstavujúci izbu. Platí :

$$\frac{84}{15 \cdot 60} + \frac{216}{15 \cdot 60} + \frac{1}{B} + \frac{60}{10 \cdot 60} + \frac{36}{15 \cdot 60} + \frac{1}{10 \cdot 60} + \frac{1}{B} = 1$$

Z tejto rovnice si vyjadríme B a dostaneme výsledok:

$$B = 540 \text{ minút} = 9 \text{ hodín}$$

Bobo by izbu vymaľovala sama za 9 hodín.