Riešenie 1. úlohy:

$5p^2 = q^2$
$p = \sqrt{(q^2 / 5)}$
$p = q / \sqrt{5}$
Keďže odmocnina z 5 nie je nikdy celé číslo, tak rovnica nemá riešenie v obore prirodzených čísel.
Rovnosť neplatí pre žiadne prirodzené čísla p,q.

Riešenie 2. úlohy:

a) Pre využitie všetkých 8 osmičiek stačilo uviesť konkrétny príklad.

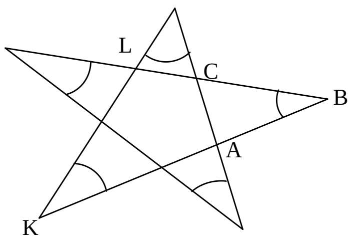
Príklad: $\frac{8 \cdot 8}{8+8} + \frac{8 \cdot 8}{8+8} = 6$

b) Najmenší počet osmičiek, ktoré třeba použiť na vytvorenie sú 4. Pre 2 osmičky je dôkaz triviálny. Stačí vypísať všetky možnosti. To sú: 8-8; 8+8; 8 . 8; 8:8. Pre tri osmičky postupujeme úvahou. Číslo 6 sa dá vytvoriť súčtom 4+2; 8 . ¾; 8-2. Na súčet 4+2 potrebujeme minimálne sedemkrát číslo 8. Na súčin 8 . ¾ potrebujeme minimálne sedemkrát číslo 8. Pre rozdiel 8-2 potrebujeme minimálne štyrykrát použiť číslo 8. Iné riešenia neprichádzajú do úvahy, lebo by to bolo viacej čísel jako dve a na každé číslo potrebujeme aspoň jednu osmičku. Ďaľsím dôvodom prečo neuvádzame riešenia typu 7-1 alebo iné je fakt, že čísla 2;4;8;3/4 potrebujú na vytvorenie najmenejkrát číslo 8. Při počte osmičiek 4 sme našli riešenie a teda tým sa príklad vyriešil.

Príklad: $8 - \frac{8+8}{8}$

Poznámka: uznávajú sa všetky riešenia ktoré spĺňajú podmienky.

Riešenie 3.úlohy:



Označme si súčet veľkostí uhlov pri vrcholoch hviezdy ako s. Označme si veľkosti vnútorných uhlov pri vrcholoch 5-uholníka vo hviezde ako α, β, γ, δ, ε. Pre súčet veľkostí vnútorných uhlov všetkých „malých trojuholníkov“(myslím tým trojuholníky typu ABC – jeden z vrcholov takýchto trojuholníkov je vrcholom hviezdy a zvyšné dva sú vrcholmi 5-uholníka vo hviezde, spolu je takýchto trojuholníkov 5) na obrázku platí:

$5*180° = s + 2*(180°- \alpha) + 2*(180°- \beta) + 2*(180°- \gamma) + 2*(180°- \delta) + 2*(180°- \varepsilon)$
Po úprave: $900° = s + 1800° - 2*(\alpha+ \beta +\gamma + \delta + \varepsilon)$ /rovnosť 1/
Okrem „malých trojuholníkov“ môžeme v päťcípej hviezde vidieť aj „veľké trojuholníky“(trojuholníky ako je napríklad KBL – dva vrcholy takýchto trojuholníkov predstavujú zároveň vrcholy hviezdy a jeden vrchol je vrcholom 5-uholníka vo hviezde, takýchto trojuholníkov je tiež 5).
Pre súčet veľkostí vnútorných uhlov všetkých „veľkých trojuholníkov“ platí:
$5*180°= \alpha+ \beta +\gamma + \delta + \varepsilon + 2*s$
Čiže: $\alpha+ \beta +\gamma + \delta + \varepsilon = 900° - 2*s$
Dosadením do rovnosti 1 :
$900° = s +1800° - 2*(900°-2*s)$
Odtiaľ: $s = 180°$

Súčet veľkostí uhlov pri vrcholoch 5-cípej hviezdy je 180 stupňov.

Riešenie 4. úlohy:

Označme dĺžku AB=BC=a. Veďme bodom P rovnobežku so stranou AB. Vzniknuté priesečníky označme E(na strane AD) a F(na strane BC). Potom zo zadania FC je dlhé 5dm. Dĺžka úsečky FB je potom a-5. Vzdialenosť bodu P od strany AB je takisto rovná a-5 a môžeme napísať Pytagorovu vetu: $5^2=(a/2)^2+(a-5)^2$ a úpravou dostaneme a=8dm.

Strana AB je dlhá 8 decimetrov.

Riešenie 5. úlohy:

Pri štandardnom označení trojuholníka s pravým uhlom pri vrchole C máme dĺžky ťažníc t_a=5cm a t_b=$\sqrt{20}$cm. Pri poznatku, že ťažnice pretínajú stranu v polovici môžeme napísať dve Pytagorove vety: $(a/2)^2+b^2=5^2$
$(b/2)^2+a^2=\sqrt{20}^2$
Vyriešením sústavy týchto dvoch rovníc dospejeme k výsledku $a=\sqrt{(44/3)}$ a $b=\sqrt{(64/3)}$.
Použijeme ďalšiu Pytagorovu vetu na výpočet strany c, ktorá má potom dĺžku 6cm. Potom vypočítame obvod ako $o=a+b+c=\sqrt{(44/3)}+\sqrt{(64/3)}+6=14{,}5$cm(približne).

Obvod trojuholníka je približne 14,5 centimetra.

Riešenie 6. úlohy:

Označme si počet capkov c a počet prasiatok p. Platí: 80c + 30p = 610. Pre zjednodušenie riešenia vydelíme rovnosť číslom 10, pričom sa zachovajú hodnoty c,p. Získame :

8c + 3p = 61. (1)

Zamýšľajme sa teda podmnožinou prirodzených čísel, v ktorej budeme hľadať vyhovujúce riešenia. Počet capkov je rovný minimálne 1 (pretože ak by bol rovný 0, číslo 61 by muselo byť deliteľné tromi) a musí byť menší ako 8, pretože ak by Jayna predala čo i len 8 capkov, získala by za ne 640 eur. Teda nutne ich predala menej ako 8. Taktiež je nutné, aby predala aspoň jedno prasiatko(ak by predala 0 prasiatok, sumu 610 eur by musela získať len predajom capkov a číslo 610 nie je deliteľné 80, preto by sme došli k sporu). Maximálny počet prasiatok, ktoré by Jayna mohla predať, je 17(17*30 = 510). Čiže číslo c vyberám z množiny 1,2,4,5,7(násobky trojky neuvažujem, pretože by som sa dopracovala k tomu, že

by výraz na ľavej strane bol deliteľný 3) a číslo p vyberám z množiny 1,3,5,7,9,11,13,15,17(párne násobky vynechávam, pretože ak by bol počet prasiatok číslo párne, bol by aj výraz na ľavej strane rovnosti (1) číslo párne, pričom na pravej strane je číslo nepárne – rovnosť by neplatila). Teraz idem preverovať jednotlivé možnosti. Je jednoduchšie vychádzať z c a dopočítať p(možností pre počet capkov je menej ako pre počet prasiatok):
Nech c=1potom p=(61-8)/3=53/3 -> nevyhovuje riešeniu, nie je to celé číslo
Nech c =2 potom p=(61-16)/3=45/3=15 –>vyhovuje riešeniu
Nech c =4 potom p=(61-32)/3=29/3-> nevyhovuje riešeniu, nie je to celé číslo
Nech c =5 potom p=(61-40)/3=21/3=7-> vyhovuje riešeniu
Nech c =7 potom p=(61-56)/3=5/3 -> nevyhovuje riešeniu, nie je to celé číslo
Dopracujeme sa k 2 riešeniam.

Jayna predala buď 2 capkov a 15 vietnamských prasiatok, alebo 5 capkov a 7 vietnamských prasiatok.

Riešenie 7. úlohy:

Číslo ABC si môžeme napísať ako 100A + 10B + C. Potom platí(zo zadania úlohy):
100A + 10B + C + 19 = 2*(100C + 10B + A). Za A si dosadíme 2C a dostaneme:
200C + 10B + C +19 = 2*(100C + 10B + 2C) Odtiaľ po úprave: 19 = 10B + 3C
Číslo B predstavujúce cifru nejakého prirodzeného čísla je z množiny 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. Aby bol výraz na pravej strane rovný 19, do úvahy pripadá iba B rovné 1, pretože pre B > 1 je výraz na pravej strane väčší ako 19, pre B rovné 0 by muselo platiť 19 = 3C, a táto rovnosť nenastane nikdy, pretože C je z množiny1,2,3,4,5,6,7,8,9,(pre C rovné nule by neexistovalo číslo CBA) a teda pri ľubovoľnom C z danej množiny je výraz na pravej strane deliteľný tromi, zatiaľ čo výraz na ľavej strane je rovný 19 a tromi deliteľný nie je. Po dosadení B = 1 do rovnice dostávame 19 = 10 + 3C , odtiaľ C =3. Číslo A už ľahko dopočítame: A = 2C = 6.
Číslo ABC je číslom 613.

Ignác myslí na číslo 613.

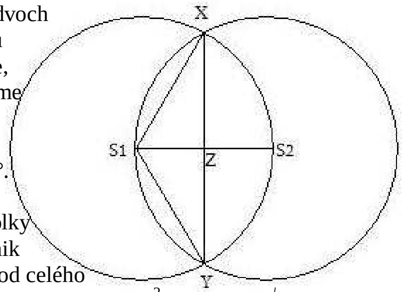
Riešenie 8.úlohy:

Označme si dĺžku rákosového prúta x. Časť prúta, ktorá bola najskôr ponorená mala dĺžku x-1 stôp. Polomer nádrže je rovný d/2=5 stôp. Môžeme napísať Pytagorovu vetu: $x^2=(x-1)^2+5^2$.
Vyriešením tejto rovnice dostaneme prút dlhý x=12 stôp.

Prút je dlhý 12 stôp.

Riešenie 9. úlohy:

Obrázok vznikol tak, že sme zložili dokopy 6 kruhov. Každý „kruh“ má teraz vyrezanú takú časť, že stredy dvoch susedných kruhov ležia na okraji ich prieniku.



Vypočítame si teda, aký obsah má jeden prienik dvoch kruhov. A to tak, že od obsahu kruhového výseku odpočítame obsah trojuholníka S_1XY. Ešte vieme, že dĺžka $S_1Z=r/2=2$cm. Pytagorovou vetou môžeme vypočítať dĺžku strany XZ. Bude dlhá $(r/2).\sqrt{3}$ a teda dĺžka XY je rovná $r.\sqrt{3}$. Kruhový výsek v tomto prípade zodpovedá výseku s uhlom $\alpha=120°$. $S'=\pi.4^2.(120/360)=\pi.16/3$. Obsah trojuholníka je $S''=(r.\sqrt{3}.r/2)/2=r^2.\sqrt{3}/4=16.\sqrt{3}/4=4\sqrt{3}$. Obsah polky prieniku je teda: $S'-S''=\pi.16/3-4\sqrt{3}$. A celý prienik potom $2.(\pi.16/3-4\sqrt{3})$. Teraz prienik odpočítame od celého kruhu, a dostaneme jednu z troch čierno vyznačených častí. $S=\pi.r^2-2(\pi.16/3-4\sqrt{3})=$
$=\pi.r^2-32\pi/3+8\sqrt{3}=\pi.(16-32/3)+8\sqrt{3}=\pi.16/3+8\sqrt{3}=8.(2\pi/3+\sqrt{3})$. Na obrázku máme ale vyznačené úseky tri, čiže obsah je $3S=24.(2\pi/3+\sqrt{3})=48\pi/3+24\sqrt{3}$ a to je približne $91{,}83cm^2$.

Obsah vyfarbenej časti je približne $91{,}83cm^2$.

Riešenie 10. úlohy:

Táto úloha je čisto logická. Bolo treba vypísať si všetky fakty priamo vyplývajúce zo zadania do nejakej tabuľky, ktorá sa postupne dala vyplniť. Niekedy sa vám síce mohlo zdať, že môže byť jedna vec v dvoch miestach naraz, ale pri ďalšom postupe ste došli k sporu. Skoro všetci ste našli správne riešenia. Výsledná tabuľka vypadá takto:

Farba domu	Ružový	Zelený	Oranžový	Biely	Žltý
Meno	Michal	Maroš	Filip	Slávo	Juraj
Nápoj	Vodka	Rum	Kofola	Pivo	Čaj
Znemenie	Strelec	Panna	Rak	Blíženci	Vodnár
Zviera	Nič	Zajac	Pes	Kocúr	Myš

Kocúra chová Slávo.