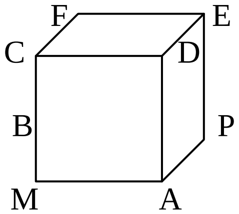
Riešenie úlohy č.1

Z vlastnosti čísel, že musia byť medzi nimi 4 násobky čísla3 nám vyplýva, že tento rad musí začínať aj končiť násobkom čísla 3. Ďalej uvažujeme, že tam musia byť 2 druhé mocniny, a to znamená, že tieto mocniny nemôžu mať rozdiel väčší ako 10 a to pre nás znamená, že najväčšie číslo môže byť 25, pričom ale toto nie je násobok čísla 3.
Teraz si už len vypíšeme čísla od 1 po 25 a zistíme, pri ktorých číslach nám podmienky vyhovujú.
Tie nám vyhovujú pri číslach:
9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
Keďže Miško mal číslo o 9 väčšie ako Janko, musí mať najväčšie číslo z nich.
Miško má číslo 18.

Riešenie úlohy č.2

Keďže je počet políčok šachovnice nepárny, políčok jednej farby je viac ako políčok farby druhej. Prostredné políčko je tej farby, ktorá prevyšuje. Nech je prostredné políčko čierne a políčko, na ktorom stojí Klobučník, biele. Bielych políčok je o 1 menej ako čiernych, spolu 84, čiernych je 85. Klobučník musí ísť z bieleho políčka na čierne a naopak. Klobučník sa pohybuje nasledovne: B->Č–>B->Č->B->Č... Po 84. bielom políčku nasleduje presun na 84. čierne políčko. Avšak ešte ostáva jedno čierne políčko(85.), na ktoré sa už nemá ako dostať(musel by stúpiť na nejaké biele políčko, na ktorom už stál).
Klobučník sa nemôže dostať na všetky políčka šachovnice bez toho, aby na nejaké stúpil dvakrát.

Riešenie úlohy č.3



Pozrime sa na náčrt, kde jednotlivé písmená označujú vrcholy kocky. Mravec sa z bodu M môže vydať za potravou tromi smermi – smer M->A je rovnocenný so smerom M->B, teda aj počet možností, ktorými sa Mravec môže dostať z bodu M do bodu P v smere M->A sa rovná počtu možností v smere M->B. Pre stručnosť riešenia stačí uviesť možnosti len v jednom z týchto dvoch smerov, nech je to napr. smer M->A:

M->A->P
->D->E->P
->F->B->P
->C->M->B->P
->C->F->E->P
->B->P
->M->B->P
->B->F->E–>P

Získavame 8 možností v smere M->A , spolu s možnosťami v smere M->B je to 16 možností. Vyšetrime ešte smer M->C. V smere M->C sú rovnocenné smery M->C->D a M->C->F, preto stačí, ak vyšetríme len jeden zo smerov. Nech je to smer M->C->D:

M->C->D->E->P
->F->B->P
->M->A->P
->A->P
->M->B->P
->F->E->P

Získavame 6 možností v smere M->C->D, teda spolu v smere M->C máme 12 smerov. Všetkých možností je 12+16=28.

Mravec sa môže dostať k potrave 28 smermi.

Riešenie úlohy č.4

Nech sú rozmery hranola a,b,c. Každá strana sa zväčší o x%. Nový rozmer teda bude k.a, k.b a k.c . Pôvodný objem V=a.b.c a nový je V´=a.b.c.k^3. A vieme, že V´=1,27.V . V tom prípade je k^3=1,27. Z toho k=1,0829. Čiže každý rozmer sa predĺži približne o 8,3%.

Rozmery sa predĺžia o 8,3%.

Riešenie úlohy č.5

Kružnica má 360°. Za hodinu prejde veľká ručička12 dielov, to znamená 360°.
Za 21 minút prejde veľká ručička (360/12).21 = 126°
Malá ručička prejde za 12 hodín (720 minút) 360°.
Za 21 minút prejde (360/720).21 = 10,5.

Uhol medzi ručičkami je 360°- [126°+(90°-10,5°)] = 154°30´.

Uhol je veľký 154°30´.

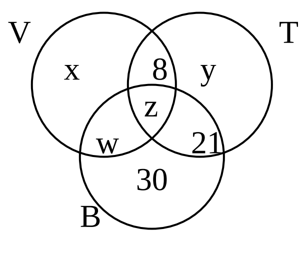
Riešenie úlohy č.6

Vieme, že úseky 8cm a 12cm musia byť preponou. Pretože kružnica vytína bodmi dotyku úseky dlhé 4cm. Môžeme využiť Pytagorovu vetu. Zistíme ňou, že úseky z bodov A,B a C po body dotyku sú rovnako dlhé. Preto strana a=8+4cm b=12+4cm a c=12+8cm.

Obvod bude rovný 48cm.

Riešenie úlohy č. 7

Úloha je zameraná na množiny a ich prieniky(V-veslovanie, T-tenis, B-beh). Najľahšie sa rieši pomocou kruhových diagramov, ktoré potom môžeme skombinovať s rovnicami:



11 = w + z
50 = 8 + 21 + z + y
29 = x + w + z + 8
100 =x + y + z + w + 8 + 21 + 30

Odtiaľ postupnými úpravami dostaneme: z = 1

Poznámka: Viacerým z Vás som strhla bod za to, že hoci ste získali správny výsledok, Váš postup bol zlý – predpokladali ste, že na veslovanie a beh a nič iné sa prihlásilo 11 detí, čo nie je správne, lebo zadanie nevylučuje možnosť, že z tých 11 detí sa niektoré prihlásili aj na tenis. Riešením je, že sa práve jedno z týchto 11 detí prihlásilo na všetky 3 športy (v zadaní zámerne chýbala formulka „a nič iné“, aby ste si ten rozdiel uvedomili).
Na všetky 3 športy súčasne sa prihlásilo 1 dieťa.

Riešenie úlohy č.8

Označme Rz polomer Zeme. Dráhy, po ktorých sa pohybovala družica v pondelok a utorok sú teda dve sústredné kružnice. Prvá má polomer r_1=Rz+400km. Druhý polomer je r_2=Rz+390km. Rýchlosť ostala stála. Čas za ktorý prejde družica danú dráhu je t=s/v. Dráha je rovná obvodu kružnice teda s=2.π.r. Čas v prvý deň bol t_1=2.π.(Rz+400km) a v druhý deň t_2=2.π.(Rz+390km). Čas o ktorý sa skrátila doba obehu je teda rozdielom t_1-t_2.
Δt=2.π.(Rz+400-Rz-390)/11304=2.π.10/11304=20.π/11304=0,0055583734h=20s.
Doba obehu sa skráti o 20 sekúnd.

Riešenie úlohy č.9

Pôvodne by prišiel do školy o 8 minút skôr. Prišiel však o 10 minút neskôr. Rozdiel je teda 18 minút. Za týchto 18 minút sa stihol vrátiť domov po desiatu a prejsť znova ten istý úsek cesty naspäť. Teda jeden úsek trval 18/2=9 minút. Celá cesta 20 minút.
V okamihu keď sa otočil domov mal za sebou 9/20.

Riešenie úlohy č.10

Väčšina z Vás si zle pozrela obrázok a tak ste rátali úplne iný príklad. Obodovali sme aj tie, ale samozrejme nie plným počtom. Pozrite si ako to malo byť:
v lichobežníku si pozrieme trojuholník tvorený výškou z bodu T na stranu RS.
Označme tento bod P. Trojuholník PST je pravouhlý, prepona je 2 cm a jedna strana je 1 cm. Z týchto údajov podľa funkcie cos vieme vypočítať uhol medzi nimi.

$\cos\alpha = ½$, $\alpha = 60°$.

A z tejto rovnice vypočítame β: $\alpha + \beta + 3\beta + 75° + 3\beta = 360°$

$$7\beta = 225°$$
$$\beta = 32,1429°.$$

Veľkosť uhla β je 32, 1429°.