

### Riešenie úlohy č.1

Obvod celej kružnice vypočítame  $o = 2\pi r$ , keďže polomer sa rovná 5 cm tak obvod celej kružnice je  $10\pi$ , daný kružnicový oblúk má dĺžku  $5\pi$  je teda polovicou celej kružnice. Z toho vyplýva, že úsečka AB je priemerom kružnice. Podľa Talesovej kružnice vieme, že pri bode C musí byť  $90^\circ$ , ak je kružnica nad priemerom AB.

### Riešenie úlohy č.2

$$A:B = 9:7 \quad (1)$$

$B:C = 6:13 \quad (2)$  Tieto dva pomery dáme dokopy tak, že nájdeme spoločný bod, čo je teda B a potom nájdeme najmenší spoločný násobok 7 z jednej rovnosti a 6 z druhej.

7,6 – ich najmenší spoločný násobok je 42. A teda rovnicu (1) sme vynásobili 6 a rovnicu (2) sme vynásobili číslom 7. Teraz ich už môžeme spojiť. vznikne  $A:B:C = 54:42:91$ . Zo zadania vieme, že  $A+C$  dostali spolu 145 eur. A teda  $54(A)+91(C) = 145$  a teda 1 dielik je 1 euro.

Barbora dostala  $42 \cdot 1 = 42$  eur.

### Riešenie úlohy č.3

Pôvodné otvorenie dverí bolo  $90^\circ$ .

Po prvom hýbaní sa zmenšila veľkosť tohto uhla na  $5/6$  dĺžky:  $5/6 \times 90^\circ = 75^\circ$ .

Po druhom hýbaní:  $75^\circ \times 2/3 = 50^\circ$

Po treťom hýbaní:  $60\% \times 50^\circ = 0,6 \times 50^\circ = 30^\circ$ .

Po štvrtom hýbaní:  $30^\circ + 15^\circ = 45^\circ$ .

Karlovo hýbanie:  $45^\circ \times 1/2 = 22,5^\circ$

Výsledný pomer:  $22,5^\circ : 90^\circ = 1:4$

### Riešenie úlohy č.4

Spolu bolo na olympiáde  $x$  účastníkov.  $x/6$  bolo lepších ako Peter a  $4x/5$  bolo horších ako Peter. Takže si môžeme zostaviť rovnicu:

$$x/6 + 1 + 4x/5 = x \quad | \cdot 30$$

$$5x + 30 + 24x = 30x$$

$X = 30$  Pred Petrom bolo 5 ľudí, takže Peter bol 6. Filip sa umiestnil 4 miesta pred Petrom takže sa umiestnil na 2. mieste.

### Riešenie úlohy č.5

Vieme, že lichobežník má súčet uhlov  $360^\circ$ .

V tom prípade platí:  $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$

Takto môžeme jednoducho vypočítať obsah zavlaženej plochy:  $S_z = \pi r^2$ , kde  $r$  je dosah zavlažovača,  $r = 35$  m.

Obsah lichobežníka vypočítame pomocou vzorca:

$$S = \frac{(a + c) \cdot v}{2}, \text{ kde } a = 200 \text{ m, } c = 180 \text{ m a } v = 80 \text{ m.}$$

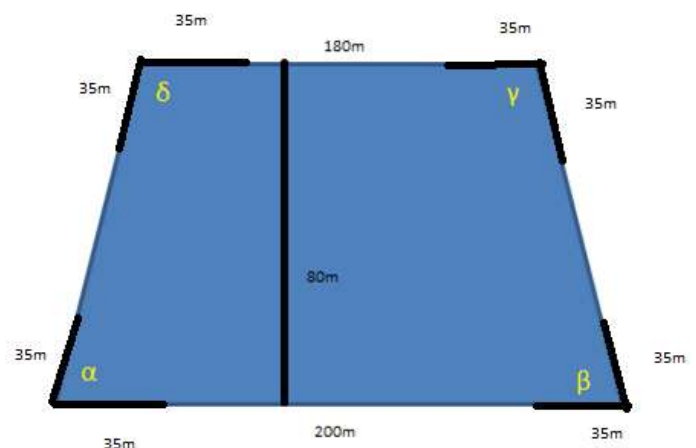
Nevavlaženú plochu vyrátame odčítaním týchto dvoch obsahov.

$$S_z = 3,14 \cdot 35^2 = 3846,5 \text{ m}^2$$

$$S = \frac{(200 + 180) \cdot 80}{2} = 15200 \text{ m}^2$$

$$S - S_z = 15200 \text{ m}^2 - 3846,5 \text{ m}^2 = 11353,5 \text{ m}^2$$

Obsah nezavlaženej časti lúky sa rovná  $11353,5 \text{ m}^2$ .



### Riešenie úlohy č.6

Mala 8 párov topánok, to znamená, že chodila 8 dní ako normálna. Všetky možnosti: na ľavú nohu si môže dať 8 topánok, a ku každej tejto topánke môže priradiť 8 pravých topánok. Všetkých možností je teda:  $8 \times 8 = 64$ . Je 8 dobrých možností, to znamená, že všetky ostatné možnosti v tých 64-och sú zlé:  $64 - 8 = 56$ . Zlých možností je 56.

### Riešenie úlohy č.7

Priemerná vzdialenosť reproduktorov od miesta, kde stál Milanko je:  
 $(20m + 30m + 60m + 70m + 100m + 110m + 120m + 130m + 140m + 150m + 160m + 170m) : 12 = 105m$ .  
Cez siestu počuje na vzdialenosť:  $105m + 45m = 150m$ . To počuje 10 reproduktorov (aj ten vo vzdialenosti 150m). Večer ich počuje na vzdialenosť  $80\% \times 150m = 0,8 \times 150m = 120m$ . To počuje 7 reproduktorov. Zvyšok dňa ich počuje na vzdialenosť:  $5/6 \times 120m = 100m$ . To počuje 5 reproduktorov. Výsledný pomer je teda: siesta : večer : zvyšok dňa = 10 : 7 : 5

### Riešenie úlohy č.8

$$\frac{2a - b}{3a + b} + \frac{4b - a}{3a - b}$$

upravíme na spoločného menovateľa

$$\frac{(2a - b) \cdot (3a - b) + (4b - a) \cdot (3a + b)}{(3a + b) \cdot (3a - b)} = \frac{6a^2 - 2ab - 3ab + b^2 + 12ab + 4b^2 - 3a^2 - ab}{9a^2 - b^2}$$
$$\frac{3a^2 + 6ab + 5b^2}{9a^2 - b^2}$$

Zo zadania  $7a^2 + b^2 + 2ab = 0$  vyplýva

$$2ab = -7a^2 - b^2 \quad /:3$$

$$6ab = -21a^2 - 3b^2 \quad \text{a dosadím}$$

$$\frac{3a^2 - 21a^2 - 3b^2 + 5b^2}{9a^2 - b^2} = \frac{-18a^2 + 2b^2}{9a^2 - b^2} = \frac{-2 \cdot (9a^2 - b^2)}{9a^2 - b^2} = -2 \quad \text{Výsledok je } -2.$$

### Riešenie úlohy č.9

Najskôr si vypočítame priemer gule teda  $40/2$  (alebo  $60/3$ ) teda 20m tým pádom polomer je 10m. Učebňu si rozdelíme na 3 gule a hranol s lichobežníkovou podstavou. Objem V1 hranola sa teda rovná:  $((60+150) \cdot 50) / 2 \cdot 40 = 210000m^3$ . Objem V2 troch guli s polomerom 10 je:  $V2 = 3 \cdot 4/3 \cdot \pi \cdot 10^3 = 125600m^3$ . Celkový objem je:  $V = v1 + v2 = 222560m^3$ . Objem ktorý chceme vykúriť je:  $V_k = V \cdot 0,85 = 189176m^3$ . Jedna jednotka vykúri  $20000m^3$  teda na objem  $V_k$  ich treba 10.

### Riešenie úlohy č.10

Všetky dni v roku označíme 1. až 365. Zistíme, že 3.2. je 34. deň v roku. 8.3. je 67. deň, 4.7. je 185. deň a 10.5 je 130. deň v roku. Keďže Andrea chodí každý druhý deň a 34 je deliteľná 2 tak Andrea chodí na tanečnú každý párny deň. Avšak 67 je deliteľná 3 so zvyškom 1 a preto Paľo chodí na tanečnú všetky dni, ktoré sú deliteľné 3 so zvyškom 1. Podobne Iveta v dni, ktoré sú deliteľné 7 so zvyškom 3 a Martin všetky dni deliteľné 5. Čísla, ktoré sú naraz deliteľné 2 aj 5 sú čísla deliteľné 10. Vyskúšame prvé číslo na číselnej osi deliteľné 10 a zistíme, že spĺňa aj dve ostatné podmienky. Teda prvý dátum, kedy sa všetci stretnú je 10.1. K tomuto dátumu stačí pripočítať najmenší spoločný násobok čísel 2,5,7,3, čo je 210, pretože toto číslo je deliteľné všetkými týmito číslami a teda ak 10 bola deliteľná 2, 5 bude aj deň 220. A keď po delení 3 mala 10 zvyšok 1 tak keď pripočítame číslo deliteľné 3 tak tento deň znovu bude mať zvyšok 1. Podobne pri delení 7. Dostaneme tak 220. deň v roku, čo zodpovedá dátumu 8.8.2010. Žiadny ďalší deň v roku sa nestretnú, pretože keď znovu pripočítame 210 dostaneme číslo vyššie ako 365, teda deň v roku 2011. Stretnú sa 10.1. a 8.8.2010.