

#### 4. ROČNÍK TMS 2012/2013 - ZADANIA

#### 3. SÉRIA

Matematika je hra hraná podľa istých jednoduchých pravidiel s nezmyselnými znakmi na papieri.

David Hilbert



1.

Opravovatelia TMS si chcú zvoliť jedného zodpovedného za vzorové riešenia, jedného za výsledkovú listinu a jedného za nové zadania. Koľkými spôsobmi to môžu spraviť, ak ich je 6, Mrož nechce byť zodpovedný za vzorové riešenia a nikto nemôže mať viac funkcií naraz?

2.

Na kružnici sú dané body  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{12}$ , ktoré sú rôzne. Vypočítajte:

- Počet tetív určených týmito bodmi.
- Počet trojuholníkov s vrcholmi v týchto bodoch.

3.

Vyrieš sústavu rovníc:

$$\frac{x-1}{3} + \frac{2y-4}{2} = 5$$

$$\frac{x+1}{2} + (3-4y) = -\frac{17}{2}$$

4.

V čísle 683\*\*\* nahrad' hviezdičky vhodnými ciframi tak, aby vzniknuté 6-ciferné číslo bolo deliteľné 7, 8 aj 9.

5.

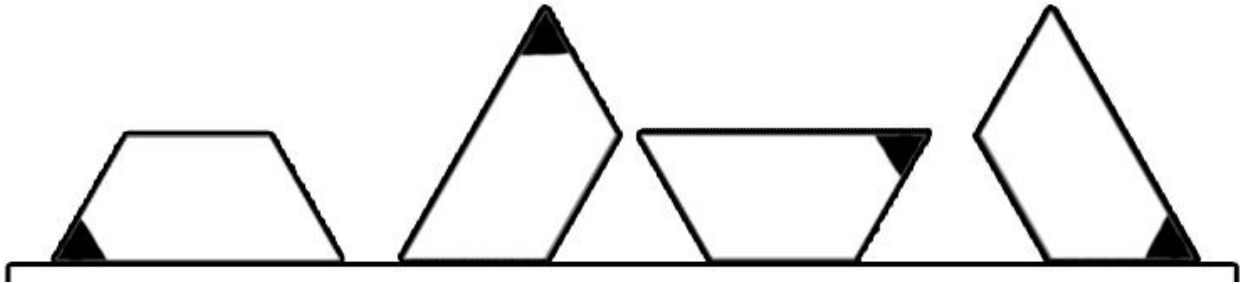
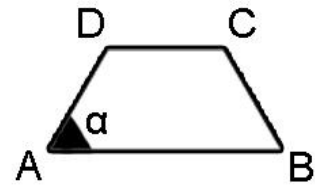
Naťka a Zuzka jedli jablká. Spolu ich mali 27. Naťka však má menší apetít a prvý deň zjedla  $\frac{2}{5}$  toho, čo zjedla Zuzka. Druhý deň zjedla Naťka polovicu toho čo zjedla Zuzka. Na konci druhého dňa už nemali žiadne jablká. Koľko jabĺk zjedla Naťka dokopy? (Naťka a Zuzka sú síce kamarátky, ale jablká si nedelia a jedia ich celé.)

6.

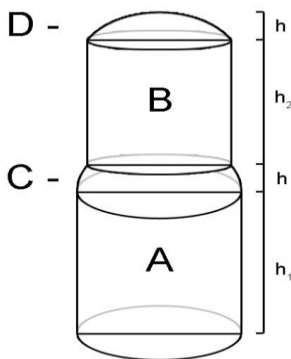
Starý farmár sa na sklonku svojho života rozhodol, že celý svoj majetok, stádo oviec, rozdelí medzi svoje deti. Keďže pomer jeho synov a dcér bol 3:1, rozhodol sa, že rovnakým spôsobom medzi nich bude deliť ovce. Stádo oviec teda rozdelil na dve časti v pomere 3:1 a menšiu z týchto častí odkázal svojmu najstaršiemu synovi. Zvyšok oviec znovu rozdelil na dve časti v pomere 3:1 a menšiu z častí odkázal druhému najstaršiemu synovi. Takto postupoval, až kým každý z jeho synov nedostal nejaké ovce. Zvyšok, ktorý ostal po pridelení oviec najmladšiemu synovi, daroval svojej jedinej dcére. Vieme, že prostredný zo synov dostal práve 156 oviec. Ktoré z jeho detí dostalo najviac oviec? A ktoré najmenej?

7.

Vypočítajte dráhu, ktorú prejde vrchol A rovnoramenného lichobežníka ak ho 3-krát otočíme (pokotúlame) po hranách. Vieme že strana  $|AB| = 6$  cm, strana  $|DA| = 3$  cm a uhol  $\alpha$  ktorý zvierajú má  $60^\circ$ .



8.



Vypočítajte objem tohto telesa ak viete že útvary D a C vytvárajú dokopy polguľu a pomer výšky jedného a druhého valca sa rovná pomeru ich polomerov, tento vzťah môžeme zapísať takto  $h_1:h_2 = r_1:r_2$ .

$$h = 0,5 \text{ cm}$$

$$h_1 = 6 \text{ cm}$$

$$h_2 = 4 \text{ cm}$$

9.

5 kamarátov z 3.F býva v rôznych domoch vedľa seba na rovnej ulici. Každý býva v inom dome a programuje v inom programovacom jazyku. Žiadni dvaja nedostali rovnaký počet bodov v matematickej olympiáde a nemajú radi rovnakú farbu.

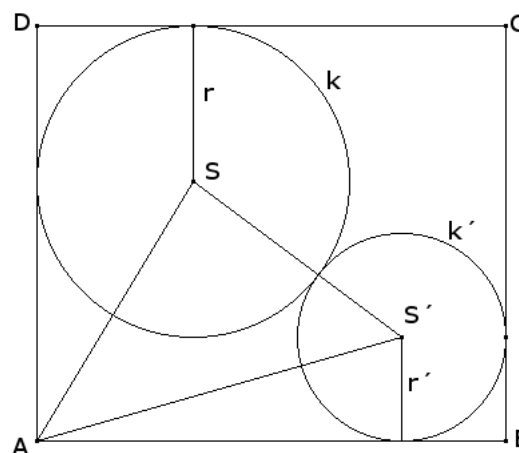
1. Zuzka býva v prvom dome.
2. Naťka programuje v Imagine.
3. Noro dostal v Matematickej olympiáde 11 bodov.
4. Lulu má rada fialovú.
5. Ten, kto má rád ružovú dostal 16 bodov.
6. Ten, kto má rád zelenú, programuje v Pythone.
7. Mrož býva v típi.
8. Človek z prostredného domu programuje v Pascale.

9. Ten, kto býva na hrade, má rád červenú.
10. Ten, kto má rád modrú, býva vedľa toho, kto má v matematickej olympiáde 4 body.
11. Zuzka býva vedľa zámku.
12. Ten, kto býva v iglu, programuje v Jave.
13. Ten, kto má rád modrú, má suseda, ktorý programuje v Baltíku.
14. Iglu stojí hneď naľavo od maringotky.
15. Ten, kto má 7 bodov, býva vedľa toho, kto má rád červenú.

Kto má v Matematickej olympiáde 14 bodov?

10.

Je daný obdĺžnik ABCD, kde  $|AB|=9\text{cm}$  a  $|BC|=8\text{cm}$ .  
 Kružnica  $k$  sa dotýka strán AD a DC a jej polomer je 3 cm.  
 Kružnica  $k'$  sa dotýka strán AB a BC a jej polomer je 2 cm.  
 Tieto dve kružnice sa navzájom tiež dotýkajú. Zistite obsah trojuholníka  $AS'S$ , kde  $S$  je stred kružnice  $k$  a  $S'$  je stred kružnice  $k'$ .



**Termín odoslania (dátum pečiatky na obálke) 3. Série je 11.2. 2013**

**Posielajte na adresu:**

**RNDr. Eva Oravcová, Gymnázium JGT, Tajovského 25, 97401 Banská Bystrica**